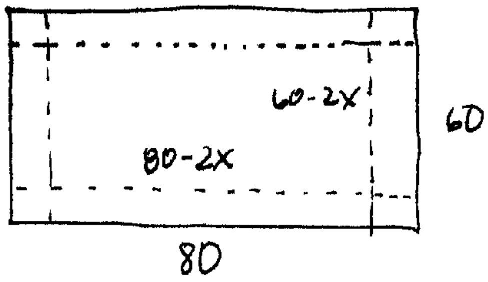
Sección 8.3 - Ejercicios de aplicación con Ecuaciones Cuadráticas.

Ejemplo #1. Compañía de servicios de jardín ("Landscaping"). Un jardín rectangular mide 60 pies por 80 pies. Parte del mismo va a tener una acera de ancho uniforme alrededor. El área del nuevo jardín es la mitad del área anterior ¿Cuán ancho es la acera?

① Familiarízese con el problema, ~~dibye~~ dibuje



② Recuerde que el área de un rectángulo es el largo por el ancho. Entonces

Área original del jardín $= (60)(80)$

Área del nuevo jardín $= (60-2x)(80-2x)$

Dado el hecho de que el área del nuevo jardín es la mitad del área del original, tenemos entonces

$$(60-2x)(80-2x) = \frac{1}{2}\cdot 60 \cdot 80$$

③ Resolver la ecuación

$$4800 - 120x - 160x + 4x^2 = 2400$$

$$4x^2 - 280x + 2400 = 0$$

$$x^2 - 70x + 600 = 0 \qquad \text{Dividir entre 4.}$$

Factorizar $\quad (x-10)(x-60) = 0$

$$x - 10 = 0 \qquad x - 60 = 0$$

$$x = 10 \qquad x = 60$$

Por ultimo, compruebe el resultado en el problema original. Encontramos que 60 no es solución. Cuándo $x=60$ se obtiene un valor negativo como resultado y ésto no puede ser

Si se toma el valor de 10 entonces el ancho será de:

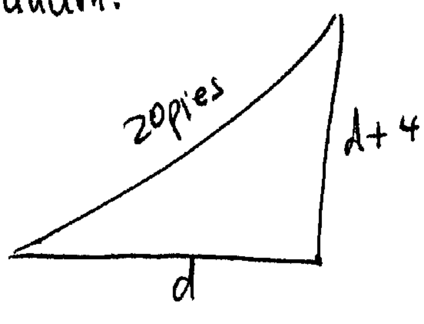
$$(60-2x) = 60-2(10) = 60-20 = 40$$

Entonces la nueva área es $(60)(40) = 2400p^2$ porque es la mitad del área original de 4800 pies cuadrados.

Entonces la acera es de 10 pies de ancho.

<u>Ejemplo</u>. Localización de una escalera. Una escalera descansa en la pared de un edificio. La escalera mide 20 pies de largo. La distancia al tope de la escalera es 4 pies mayor que la distancia d del edificio. Halle la distancia d y la distancia al tope de la escalera.

① Familiarízese. Haga un dibujo que ilustre la situación.



② Traduzca el dibujo en expresión matemática. Use el teorema de pitágoras.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Traduzca

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(20)^2 = d^2 + (d+4)^2$$

Resolver la ecuación de este problema

$$20^2 = d^2 + (d+4)^2$$

Elevar al cuadrado

$$400 = d^2 + d^2 + 8d + 16$$

$$0 = d^2 + d^2 + 8d + 16 - 400$$

Divide por dos a la expresión obtenida

$$0 = 2d^2 + 8d - 384$$

$$0 = \frac{\cancel{2}d^2}{\cancel{2}} + \frac{8d}{2} - \frac{384}{2}$$

$$0 = d^2 + 4d - 192$$

$$0 = (d+16)(d-12)$$

$$d+16 = 0 \quad \text{ó} \quad d-12 = 0$$

$$d = -16 \qquad\qquad d = 12$$

Compruebe: Recuerde que -16 no es la solución porque las distancias en sus medidas no son negativas

Por lo tanto, la distancia es 12 pies al tope de la escalera es $12+4$ ó 16 pies

Ejemplo. Suponga que la escalera en el ejemplo anterior tiene un largo de 10 pies. Halle la distancia $\underline{\underline{d}}$ y la distancia $\underline{\underline{d+4}}$

Usando el mismo razonamiento puede entonces establecerse que:

$$10^2 = d^2 + (d+4)^2$$

Elevar al cuadrado:

$$100 = d^2 + d^2 + 8d + 16$$

Busque la forma estándar

$$2d^2 + 8d - 84 = 0$$

Divida los términos por dos

$$d^2 + 4d - 42 = 0$$

Use la fórmula cuadrática

$$d = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(-42)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 168}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{184}}{2}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4(46)}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{46}}{2}$$

$$= -2 \pm \sqrt{46} \begin{cases} -2 + \sqrt{46} = 4.782 \text{ pies} \\ -2 - \sqrt{46} = 8.782 \text{ pies} \end{cases}$$