6.5 Más en división de Expresiones Radicales

(2) Racionalización de Denominadores

Es el proceso donde se busca una expresión equivalente sin un radical en el denominador.

Ejemplo 1 Racionalize el denominador en $\sqrt{\frac{7}{3}}$

Multiplique por 1 : $\sqrt{\frac{7}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$

radicando es cuadrado perfecto

Ejemplo 2 Racionalize el denominador en $\sqrt[3]{\frac{7}{25}}$

Solución:

Factorize denominador $\sqrt[3]{\frac{7}{5(5)}}$

$$\sqrt[3]{\frac{7}{(5)(5)}} \cdot \sqrt[3]{\frac{5}{5}} = \sqrt[3]{\frac{7}{(5)(5)}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}}$$

→ Se multiplica por 1 para hacer el denominador del radicando un cubo perfecto.

$$\sqrt[3]{\frac{7}{(5)(5)}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{(5)(5)} \cdot \sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{35}}{\sqrt[3]{5^3}} =$$

$\frac{\sqrt[3]{35}}{5}$ → Este es denominador racionalizado.

Ejemplo 3 - Racionalize el denominador $\sqrt{\frac{2a}{5b}}$

$$\sqrt{\frac{2a}{5b}} = \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{5b}} \cdot \frac{\sqrt{5b}}{\sqrt{5b}} = \frac{\sqrt{10ab}}{\sqrt{(5)(5)(b)(b)}} = \frac{\sqrt{10ab}}{\sqrt{25b^2}}$$

multiplique por 1. Recuerde que $\frac{\sqrt{5b}}{\sqrt{5b}} = 1$

25 es un cuadrado perfecto de 5. O sea, $5^2 = 25$. Busque la variable b y b misma también es un cuadrado perfecto b osea, $b^2 = b \cdot b$

Finalmente, el resultado $\frac{\sqrt{10ab}}{5b}$

Ⓑ Racionalización cuando existen dos términos

Racionalize $\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ para resolver el problema busque el conjugado.

El conjugado es

$$\sqrt{5}+\sqrt{2}$$

$$\frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{(4+\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} =$$

Multiplique el numerador

$$\begin{array}{r} 4+\sqrt{2} \\ \sqrt{5}+\sqrt{2} \\ \hline 4\sqrt{5}+\sqrt{10} \qquad\qquad\quad \\ +4\sqrt{2}+\sqrt{4} \\ \hline 4\sqrt{5}+\sqrt{10}+4\sqrt{2}+\sqrt{4} \end{array}$$

Recuerde multiplicar como si fueran polinomios.

$\sqrt{4}$ es cuadrado perfecto de 2^2

Por lo tanto finalmente

$$4\sqrt{5}+\sqrt{10}+4\sqrt{2}+2$$

Vamos a la expresión original

$$\frac{4\sqrt{5}+\sqrt{10}+4\sqrt{2}+2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$$

Recuerde que tener la raíz cuadrada a un exponente al cuadrado, hacen que se cancelen.

Terminando el problema se obtiene al final

$$\frac{4\sqrt{5}+\sqrt{10}+4\sqrt{2}+2}{5-2}$$

Por último, $\dfrac{4\sqrt{5}+\sqrt{10}+4\sqrt{2}+2}{3}$

Ejemplo Racionalize el denominador en la expresión. $\frac{4}{\sqrt{3}+x}$

$$\frac{4}{\sqrt{3}+x} = \frac{4}{\sqrt{3}+x} \cdot \boxed{\frac{\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}-x}}$$

conjugado es igual a 1 con la operación opuesta al del denomidador

Aquí está la solución final del problema.

$$\frac{4(\sqrt{3}-x)}{(\sqrt{3}+x)(\sqrt{3}-x)} = \frac{4\sqrt{3}-x}{3-x^3}$$

Multiplique en el denomidador

$$\begin{array}{rrr}
\sqrt{3} & +x & \\
\sqrt{3} & -x & \\
\hline
\sqrt{9} & +\cancel{\sqrt{3x}} & \\
 & -\cancel{\sqrt{3x}} & -x^2 \\
\hline
\sqrt{9} & & -x^3
\end{array}$$

9 es cuadrado perfecto de 3. O sea $3^2=9$

3

Resultado final es $3-x^3$

Escribo en el denominador $3-x^3$