

6.2 - Números Racionales como Exponentes

Ⓐ Exponentes Racionales Positivos

Para cualquier número real a y cualquier número natural n ($n \neq 1$), $a^{1/n}$ significa:

$$\sqrt[n]{a} \quad (\text{la raíz no negativa de } a \text{ en términos de } n)$$

Ejemplo: $x^{1/2} = \sqrt{x}$ $27^{1/3} = \sqrt[3]{27} = 3$

$$(abc)^{1/5} = \sqrt[5]{abc}$$

Ⓑ Exponentes Racionales Negativos

Para cualquier número racional m/n y cualquier real positivo a

$$a^{-m/n} = \frac{1}{a^{m/n}} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo: $9^{-1/2} = \frac{1}{9^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$

$$64^{-2/3} = \frac{1}{64^{2/3}} = \frac{1}{(\sqrt[3]{64})^2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

$$\left(\frac{3r}{7s}\right)^{-5/2} = \left(\frac{7s}{3r}\right)^{5/2}$$

Sección 6.2

① Ley de Exponentes

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

② Simplificando Expresiones Radicales

Reglas:

- ① Convierta las expresiones radicales a expresiones exponenciales
- ② use la ~~ar~~ aritmética y las leyes de exponentes para simplificar.
- ③ Convierta de nuevo a la notación radical cuando sea apropiada.

Ejemplo: ① $\sqrt[6]{x^3} = x^{3/6} = x^{1/2} = \sqrt{x}$

② $\sqrt[6]{4} = 4^{1/6} = (2^2)^{1/6} = 2^{2/6} = 2^{1/3} = \sqrt[3]{2}$

③ $\sqrt[8]{a^2 b^4} = \sqrt[8]{a^2 b^4} = a^{2/8} \cdot b^{4/8} = a^{1/4} \cdot b^{1/2} = a^{1/4} \cdot b^{2/4} = (ab^2)^{1/4} = \sqrt[4]{ab^2}$